

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Pertama

Sidang Akademik 1998/99

SEPTEMBER 1998

EUM 101 - MATEMATIK KEJURUTERAAN I

Masa: [3 jam]

ARAHAN KEPADA CALON:

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi **LAPAN (8) muka surat bercetak** dan **ENAM (6) soalan** sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Kertas soalan ini mengandungi **TIGA (3) BAHAGIAN** iaitu:

BAHAGIAN A, B dan C.

Jawab SEMUA Soalan dalam BAHAGIAN A

dan

Jawab SATU Soalan SETIAP BAHAGIAN B DAN C.

Jawaban BAHAGIAN A akan dipungut 1½ jam selepas bermula peperiksaan.

Agihan markah bagi soalan diberikan di sut sebelah kanan sebagai peratusan daripada markah keseluruhan yang diperuntukkan bagi soalan berkenaan.

Jawab semua soalan dalam Bahasa Malaysia.

Mesinkira boleh digunakan.

BAHAGIAN A

Bil. Tempat Duduk : _____

Angka Giliran : _____
(Gunakan huruf) (Gunakan angka)

Tempat Peperiksaan : _____

Tarikh : _____

BAHAGIAN A: (Jawab SEMUA soalan. Hanya jawapan akhir diperlukan.)

Bahagian ini akan dipungut $1\frac{1}{2}$ jam selepas bermula peperiksaan.

1. (a) Berikan jawapan akhir bagi persamaan pembeza berikut:

(i) $(2x + 1 + 2y^2) + (4xy + 3y^2) \frac{dy}{dx} = 0$

Jawapan : _____

(ii) $(x^2 + y^2)dx = 2xydy$

Jawapan : _____

(iii) $x^2 y'' - 3xy' - 5y = 0$; $y(2) = 3$, $y'(2) = -7$

Jawapan : _____

(iv) $xy'' + 2y' = 6x$

Jawapan : _____

(v) $2x^3 \frac{dy}{dx} = y^3 + 3xy^2$; $y(1) = 1$

Jawapan : _____

(20 markah)

(b) (i) Cari $\mathcal{L}\{te^{3t}\}$

Jawapan : _____

(ii) Nilaikan $\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{s^2 - 3s + 2}\right\}$

Jawapan : _____

(iii) Nilaikan $\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{s+1}{s^2(s^2+1)^3}\right\}$

Jawapan : _____

(5 markah)

2. (a) Diberi $\vec{a} = 3\vec{i} + 5\vec{j} + 6\vec{k}$ dan $\vec{b} = 2\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}$. Kirakan:

(i) $|\vec{a}| =$ _____

(ii) $\vec{a} \cdot \vec{b} =$ _____

(iii) $\vec{a} \times \vec{b} =$ _____

(iv) Unjuran \vec{a} ke atas $\vec{b} =$ _____

(v) Vektor unit dalam arah $\vec{b} =$ _____

(10 markah)

- (b) (i) Jika $z = \ln(e^x + e^y)$, maka

$\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y} =$ _____

(ii) $\int_{y=1}^2 \int_{x=y}^{2y} (x-y) dx dy =$ _____

- (iii) Jika $z = f(x, y)$ dengan $u = x^2 - y^2$ dan $v = xy$, maka Jacobiannya ialah

$J =$ _____

(iv) Nyatakan ketiga-tiga syarat Dirichlet supaya siri Fourier akan menumpu:

- (a) _____

- (b) _____

- (c) _____

(v) Diberi $y = 3 \sin 5x$.

Amplitudnya ialah 3

Kalaannya ialah _____

(15 markah)

BAHAGIAN B : (Jawab hanya SATU soalan. Langkah kerja perlu dituliskan dengan jelas.)

3. (a) Persamaan Euler adalah berbentuk

$$x^2 y''(x) + \alpha x y'(x) + \beta y(x) = 0$$

α dan β adalah pemalar.

- (i) Dengan menggunakan penggantian $z = \ln x$, tunjukkan bahawa ia boleh ditulis sebagai

$$y''(z) + (\alpha - 1)y'(z) + \beta y(z) = 0$$

- (ii) Dengan menggunakan keputusan dari bahagian (i) di atas, dapatkan penyelesaian bagi persamaan pembeza

$$2x^2 y''(x) + xy'(x) + y(x) = 0$$

(9 markah)

- (b) Dengan menggunakan kaedah operator D, dapatkan penyelesaian am bagi persamaan pembeza peringkat 2 yang berikut:

$$\frac{d^2 y}{dx^2} - y = x^2 e^x$$

(8 markah)

- (c) Dengan menggunakan gantian $z = y^{-3}$, selesaikan persamaan pembeza berikut:

$$\frac{dy}{dx} - \frac{1}{x} y = -\frac{\cos x}{x^3} y^4$$

diberi bila $x = \pi$, $y = 2$.

(8 markah)

4. (a) Jikalau fungsi $f(t)$ diberikan oleh

$$f(t) = \begin{cases} t & \text{bagi } 0 \leq t \leq 1 \\ e^{1-t} & \text{bagi } t \geq 1 \end{cases}$$

Cari $L\{f(t); s\}$.

Nyatakan syarat yang diperlu untuk $L\{f(t); s\}$ wujud.

(8 markah)

- (b) Dengan menggunakan kaedah jelmaan Laplace, dapatkan penyelesaian bagi masalah nilai awalan berikut:

$$y''(t) - 2y'(t) + 5y(t) = e^{2t}$$

diberi $y(0) = 0$ dan $y'(0) = 1$.

(8 markah)

- (c) Diberi persamaan pembeza

$$y''(x) - y(x) = 0$$

- (i) Tunjukkan bahawa e^x dan e^{-x} adalah penyelesaian yang tak bersandar linear.
- (ii) Tuliskan penyelesaian am bagi persamaan di atas.
- (iii) Dengan menggunakan keputusan bahagian (i), selesaikan persamaan pembeza

$$y''(x) - y(x) = 4xe^x$$

(9 markah)

BAHAGIAN C : (Jawab hanya SATU soalan. Langkah kerja perlu dituliskan dengan jelas.)

5. (a) (i) Jika $\phi = xy^2z^3$, kirakan grad ϕ .

Seterusnya, nyatakan vektor yang magnitudnya memberikan kadar perubahan maksimum untuk ϕ pada $(1,2,2)$.

- (ii) Diberi $\vec{A} = (5xy^4 + \sin x)\vec{i} + 10x^2y^3\vec{j} - z\vec{k}$. Kirakan

i. $\text{div } \vec{A}$

ii. $\text{curl } \vec{A}$

(8 markah)

- (b) Kirakan kurvatur, K , dan kilasan, τ , untuk lengkung

$$\vec{r} = a \cos t \vec{i} + a \sin t \vec{j} + ct \vec{k}$$

di mana t ialah parameter.

(8 markah)

- (c) Diberi $z = 2x^2y^2 + 4xy^2 - 4y^3 + 16y + 5$. Tentukan kesemua titik pegunnya serta nyatakan samada titik-titik pegun tersebut adalah titik minima, maksima ataupun pelana.

(9 markah)

6. (a) Tentukan siri Fourier untuk $f(x) = x \sin x$ dalam selang $0 < x < 2\pi$.

(10 markah)

- (b) Jejari tapak, r , suatu kon berkurangan pada kadar 0.1 cms^{-1} manakala tingginya bertambah pada kadar 0.2 cms^{-1} . Kirakan kadar perubahan isipadu kon tersebut apabila $r = 2 \text{ cm}$ dan $h = 3 \text{ cm}$.

(Isipadu kon, $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$).

(5 markah)

- (c) Diberi suatu permukaan terbuka $S : x^2 + y^2 + z^2 = 4$ yang tertakrif pada $z > 0$. Tentusahkan Teorem Stokes untuk medan $\vec{F} = 2x\vec{i} + xz\vec{j} + yz\vec{k}$ atas permukaan tersebut.

(10 markah)